

Miesięcznik matematyczno-przyrodniczy • nr 9 (80) • 1988 •

SZKIEŁKO I OKO

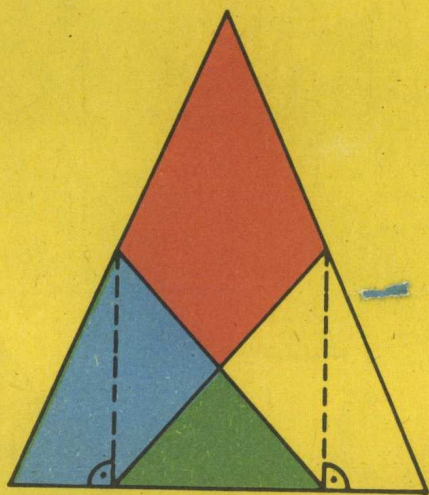
ISSN 0239-6653



Zadania



1. Rozetnijmy trójkąt równoramienny na cztery figury w sposób pokazany na rysunku. Rozcinamy wzdłuż linii ciągłych, linie przerywane służą do ich konstrukcji. Czy z otrzymanych części można ułożyć równoległobok?



1. Powłokę balonu wykonaną z tworzywa bardzo lekkiego, kilkakrotnie lżejszego od powietrza, wypełniono zwykłym powietrzem w temperaturze otoczenia. Jak zachowa się tego rodzaju balon?

Gra w ...

Gramy na prostokątnej planszy podzielonej na $n \times m$ pól (dla $n=m=8$ jest to zwykła szachownica). Na początku na każdym polu układamy kartonik. W grze biorą udział dwie osoby, które siedzą po tej samej stronie planszy. Posunięcia wyglądają następująco. Gracz wybiera dowolne pole planszy i w myśli prowadzi przez to pole dwie prostopadłe linie: do góry i w prawo. Następnie zdejmuję z planszy wszystkie kartoniki znajdujące się w prostokącie wyznaczonym przez te linie i brzegi planszy wraz z tymi liniami. Przegrywa ten, kto musi zabrać kartonik leżący w lewym dolnym rogu planszy.

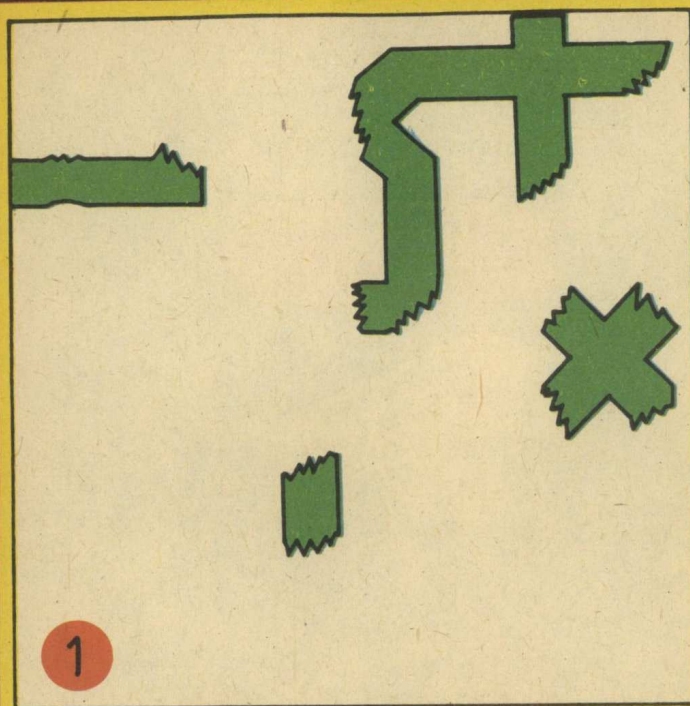
Dla dwóch szczególnych przypadków jest znana strategia prowadząca do zwycięstwa. W przypadku gdy $n=m$ (plansza kwadratowa) rozpoczynający grę powinien w pierwszym ruchu zdjąć prawy górny kwadrat o wymiarach $(n-1) \times (n-1)$, co przy uważnej dalszej grze prowadzi do jego zwycięstwa. W przypadku planszy o wymiarach $2 \times n$ rozpoczynający grę powinien zabrać jeden kartonik leżący w prawym górnym rogu, co przy uważnej dalszej grze prowadzi również do zwycięstwa.

Maciej HOROWSKI

Ornamenty

Konserwatorzy zabytków często spotykają się z problemem odtworzenia zniszczonych fragmentów budowli, rzeźb i obrazów. Kiedy ubytki są znaczne, pomocne okazują się stare ryciny i szkice ukazujące ich pierwotny wygląd. Zdjęcia i filmy wykorzystuje się również, ale z oczywistych powodów tylko przy ratowaniu obiektów, które uległy zniszczeniu w naszym stuleciu. Gdy brak jakichkolwiek materiałów pomocniczych, pozostaje własne wyczucie konserwatora, jego znajomość stylu dawnego mistrza lub epoki i ... geometria. Okazuje się bowiem, że jej zasady wykorzystywało w swoich dziełach wielu artystów. Byli nimi przede wszystkim twórcy mozaik, posadzek, dywanów. Duża ilość ich prac dotrwała do naszych czasów, niestety, z wieloma uszkodzeniami. Dzięki możliwości rozpoznania zasad projektowania wzorów na podstawie niewielkich nawet fragmentów, większość tych cennych zabytków nie została utracona bezpowrotnie. Proponujemy Wam zadania podobne do tych, z jakimi mają do czynienia konserwatorzy ornamentów.

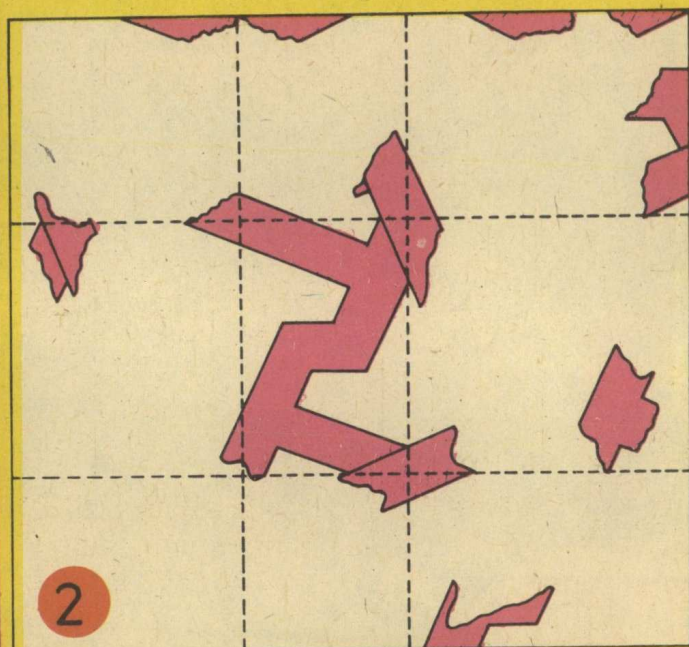
Rysunek 1 przedstawia fragment prostego wzoru często spotykanego we wschodnim zdobnictwie. Zagadka polega na odtworzeniu jego dawnego wyglądu w obrębie zaznaczonego kwadratu. Aby rozwiązać to zadanie musimy odkryć regułę rządzącą układem elementów. Harmonijny i miły dla oka wzór uzyskiwano najczęściej przesuwając lub odbijając symetrycznie ustalony uprzednio element. Przekonajmy się, że w naszym ornamentcie również zastosowano tę metodę. Nakreślcie w tym celu wszystkie osie symetrii kwadratu na rysunku 1. Podzielą go one na osiem trójkątów. Zauważcie, że jeden z nich jest w całości wypełniony wzorem. Odkalkujcie go na kawałku papieru, a następnie wytnijcie. Otrzymany szablon przyłóżcie ponownie do rysunku i wykorzystując osie symetrii postarajcie się uzyskać cały wzór. Zwracajcie przy tym uwagę, czy szablon za każdym razem pokryje któryś z zachowanych elementów. Jeżeli tak, obrysujcie go.



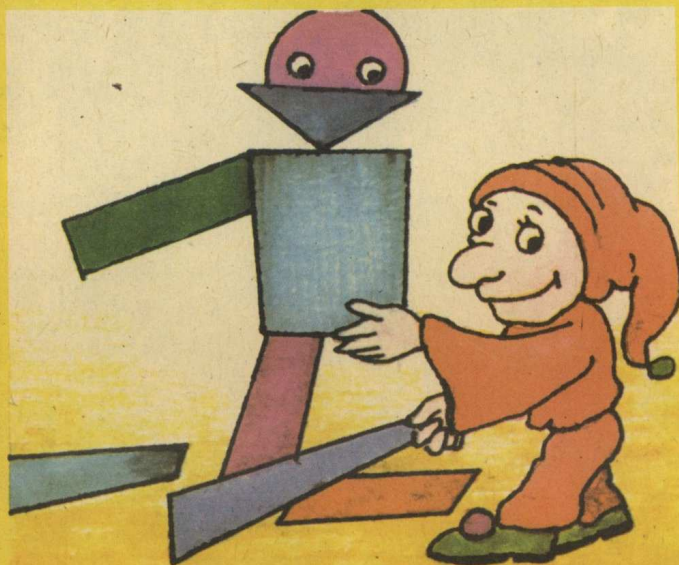
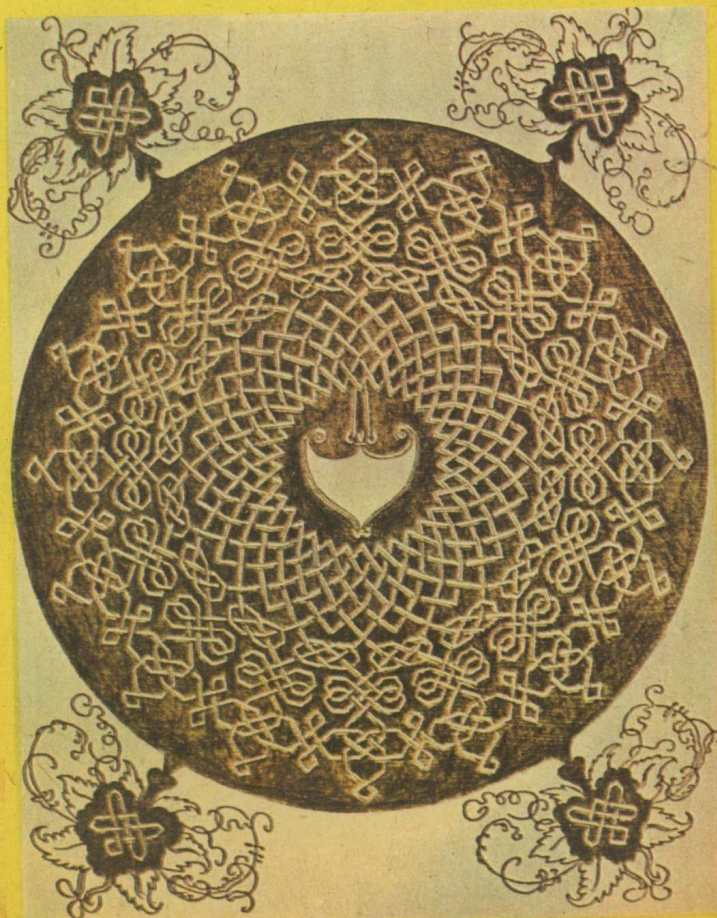
Przekonacie się, że nie jest to zbyt skomplikowane. Aby nabrać większej wprawy w odtwarzaniu i samodzielnym projektowaniu ciekawych ornamentów, spróbujcie uzupełnić nieco bardziej złożony wzór z rysunku 2. Tworzył on mozaikę przestrzenną, która powstała z dwóch jednakowych kratek przeplatających się w ciekawy sposób. Dla ułatwienia narysowane zostały niektóre osie symetrii, z których należy skorzystać. Rozwiązanie tego zadania zamieścimy w następnym numerze.

Jeżeli spodobało się Wam rozwiązywanie tych problemów, postarajcie się wymyślić sami interesujący ornament. Wiecie już przecież jak się to robi. Chętnie zamieścimy Wasze projekty w „Szkiełku i Oku”. Czekamy i życzymy udanych wzorów.

Marek PISARSKI



Autorem widocznego na zdjęciu ornamentu jest niemiecki artysta Albrecht Dürer (1471 — 1528). Malarz ten znany jest ze swoich zainteresowań matematyką. O niektórych jego pomysłach będziecie mogli przeczytać w następnym numerze. Teraz, przyglądając się węzłowi renesansowego twórcy, zastanówcie się, czy można by go rozplątać.



Ile kilometrów w roku?

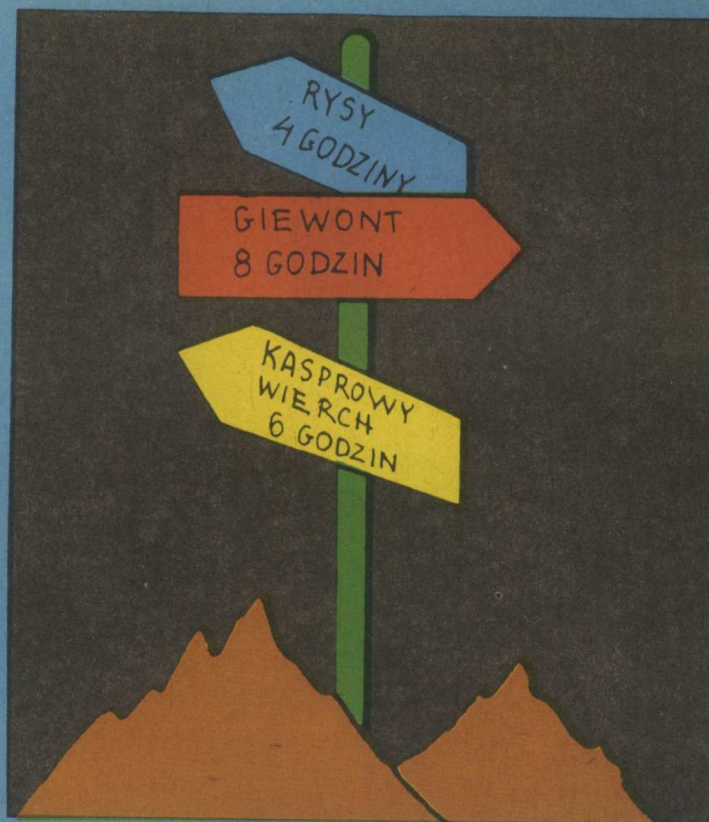
Jak daleko jest od słupa do najbliższego drzewa?
A z Krakowa do Warszawy?

Pierwszy problem jest prosty do rozwiązania. Wystarczy wziąć do ręki wzorec metra (na przykład odpowiednio przyciętą listewkę), przejść odległość słup-drzewo przykładając swoją miarke. Pomiar odległości od miasta do miasta jest już trudniejszy.

Kłopot nie tylko w tym, że trudno by było iść kilkadziesiąt godzin i wymachiwać kijem, lecz i w tym, że na przykład możemy natrafić na rzekę czy inną przeszkodę. Można jednak ten problem rozwiązać powiedzmy tak: namówmy znajomego krasnoludka na tę podróż, prosząc go, aby biegł po linii prostej i ze stałą prędkością. Znając czas podróży i prędkość łatwo obliczymy odległość. Przyznam, że o „krasnalach międzymiastowych” nie słyszałem — widocznie te odległości mierzy się inaczej.

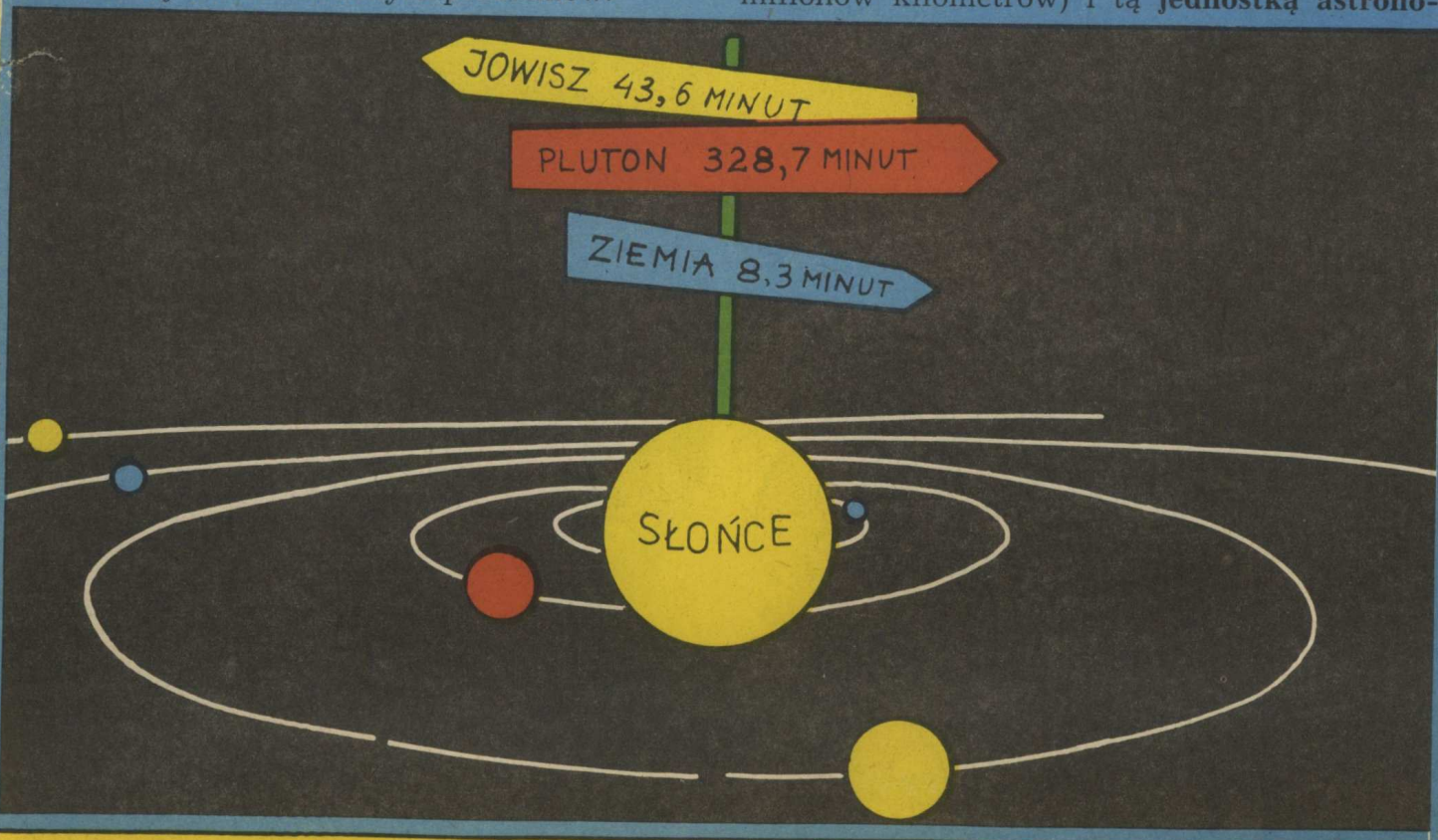
Jednak gdyby do pomiarów używać zawsze pojazdu poruszającego się z tą samą prędkością, to wówczas można by odległości między dwoma punktami w przestrzeni podawać w jednostkach czasu, których liczba będzie informować o odległości. Każdy, kto lubi wędrówki wie, że na rozstajach dróg górskich stoją drogowskazy pokazujące odległości do, a właściwie, na sąsiednie szczyty wyrażone w godzinach. Cóż to oznacza? Otóż znaczy to tyle, iż idąc bez specjalnego wysiłku dotrzemy do celu po upływie określonego czasu. A ponieważ na szlakach górskich jedynymi pojazdami są własne buty, więc można odległości mierzyć czasem przemarszu.

Ten sam sposób pomiaru odległości można zastosować oczywiście i do innych problemów.



Na przykład odległość Kraków-Warszawa to około 300 kilometrów, 50 godzin marszu, 4 godziny jazdy samochodem albo 2 godziny 45 minut pociągiem ekspresowym. Jeżeli jednak trzeba zmierzyć jeszcze większe odległości? Najprościej oczywiście zastosować znane sposoby.

Znajomy krasnal-astronom wykonał sobie listwę o długości równej odległości Ziemia-Słońce (150 milionów kilometrów) i tą jednostką astrono-





miczną pomierzył odległości między Słońcem a wszystkimi planetami. Wyniki swoich pomiarów zestawiał w tabeli, a sam w tenże sposób postanowił zmierzyć odległość do najbliższej gwiazdy.

Jego kolega twierdzi, że co prawda jest to możliwe, lecz zabierze mu bardzo wiele czasu (to tak jak gdyby odległość Moskwa-Paryż mierzyć metrowym patykiem!). Sam wpadł na pomysł, aby wybrać się w podróż kosmicznym ekspresem i wsiadł na ... promień światła.

Wrócił do nas po ponad ośmiu latach przez co wykazał, że do najbliższej gwiazdy (Proxima Centauri) jest jego pojazdem 4,2 roku. Ustanowił tym sposobem jednostkę odległości nazwaną **rokiem świetlnym**: jest to odległość, jaką światło pokonuje w ciągu roku pędząc z szybkością 300 tysięcy kilometrów na sekundę. Mając taką jednostkę postanowił zrobić model otoczenia Słońca. Jednak i ta miara okazała się zbyt małą! Przyjął w swoim modelu, że 1 rok świetlny odpowiada 1 centymetrowi i chciał zbudować w tej skali całą Galaktykę, w której jest około 100 miliardów gwiazd.

Kto chce wiedzieć, czy to łatwo czy trudno, niech 100 miliardów ziarenek maku (to jest około 50 wagonów po 20 ton każdy!) spróbuje odpowiednio rozmieścić w akwarium, którego ściany zrobiono z szyb o powierzchni (każda!) 100 pełnowymiarowych boisk do piłki nożnej.

Janek KWAŚNIEWICZ

Odległości od Słońca

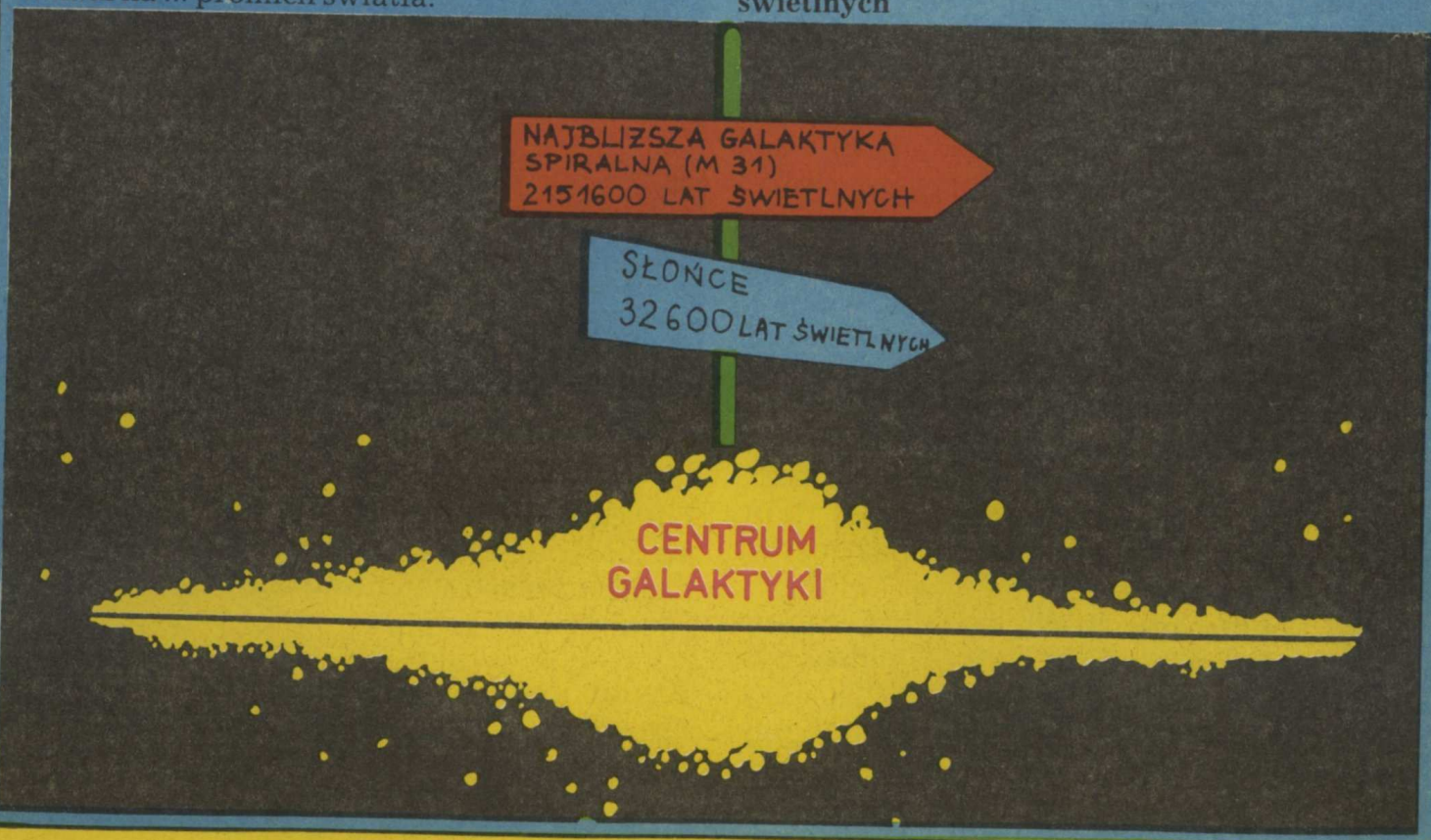
Merkury	— 0,387j.a. —	3,2 minuty świetlnej
Wenus	— 0,723j.a. —	6,0 minuty świetlnej
Ziemia	— 1,000j.a. —	8,3 minuty świetlnej
Mars	— 1,524j.a. —	12,7 minuty świetlnej
Jowisz	— 5,203j.a. —	43,6 minuty świetlnej
Saturn	— 9,54j.a. —	79,5 minuty świetlnej
Uran	— 19,18j.a. —	159,8 minuty świetlnej
Neptun	— 30,07j.a. —	250,6 minuty świetlnej
Pluton	— 39,44j.a. —	328,7 minuty świetlnej

Najbliższa gwiazda — 4,2 lat świetlnych

Najjaśniejsza gwiazda ziemskiego nieba, Syriusz — 8,67 lat świetlnych

Centrum Galaktyki — 32600 lat świetlnych

Najbliższa galaktyka spiralna, M31 — 2151600 lat świetlnych



Storczyki tropikalne

Naukowców wprowadzają w zachwyt, poważnych bankierów zamieniają w łowców kwiatów, a na pisarzy sprowadzają wenę. Dlaczego? Przyczyna jest prosta. Storczyki są najpiękniejszymi, najbardziej zagadkowymi i „zalognymi” roślinami kwiatowymi. Zadziwiają swoją barwą, kształtem i aromatem.

Z wyjątkiem Antarktydy, storczyki rosną na wszystkich kontynentach, jednak większość gatunków (około 80%) rośnie w tropiku.

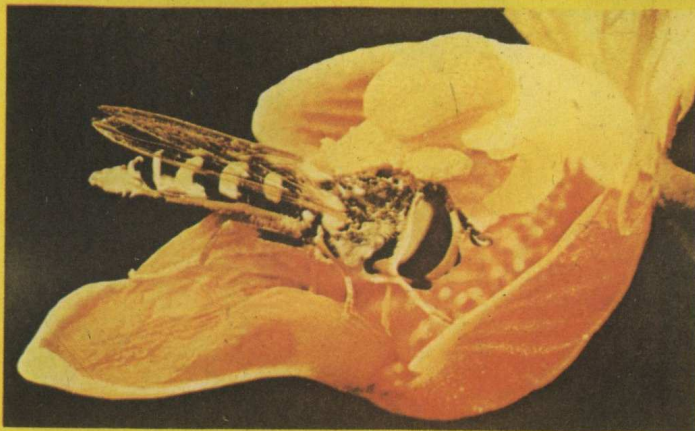
Karol Darwin (biolog angielski), będąc w lasach tropikalnych Afryki w 1830 roku zapisał w swoim notatniku: „odkryłem dziwne, piękne, kwitnące pasożyty, które rosną na drzewach”.

Nie wiedział on jeszcze, że storczyki nie są pasożytami. Rosną w dżungli wysoko na gałęziach drzew, ale nie czerpią z nich wody ani substancji odżywczych. Wykorzystują je tylko jako podłoże. Takie rośliny nazywamy epifitami lub poroślami. Storczyki nie mają bezpośredniego kontaktu z żadnym zbiornikiem wodnym, nie mają też korzeni, które by sięgały aż do wilgotnej ziemi. Pnie i liście drzew podporowych są często tak gładkie, że woda deszczowa natychmiast z nich spływa.

Skąd w takim razie czerpią niezbędną im do życia wodę?

Otóż storczyki wytworzyły tak zwane korzenie powietrzne, które zwisają swobodnie, rozgałęziają się, a często tworzą całe plecionki. Powietrze w rodzimych lasach storczyków jest wilgotne. Częste opady deszczu i intensywne parowanie z liści drzew — przy panujących tam wysokich temperaturach — tworzą prawdziwie cieplarnianą atmosferę. Tak więc niezbędna do życia wilgoć znajduje się w powietrzu. Korzenie powietrzne storczyków, dzięki specjalnej budowie, mogą chłonać potrzebną im wodę bezpośrednio z powietrza.

Sekretną bronią storczyków są kwiaty. Żeby zwabić „zapyłaczy”, storczyki przybierają intrygujące kształty, kolory i zapachy. Do tej pory odkryto w nich prawie pięćdziesiąt aromatycznych substancji, które przywabiają owady i ptaki.



Czerwony kolor wargi (dolny płatek kwiatu) oraz jej kształt zwabia poszukiwacza nektaru, w tym przypadku muchę. W momencie pobierania nektaru pylniki storczyka dotykają owłosionego ciała owada.



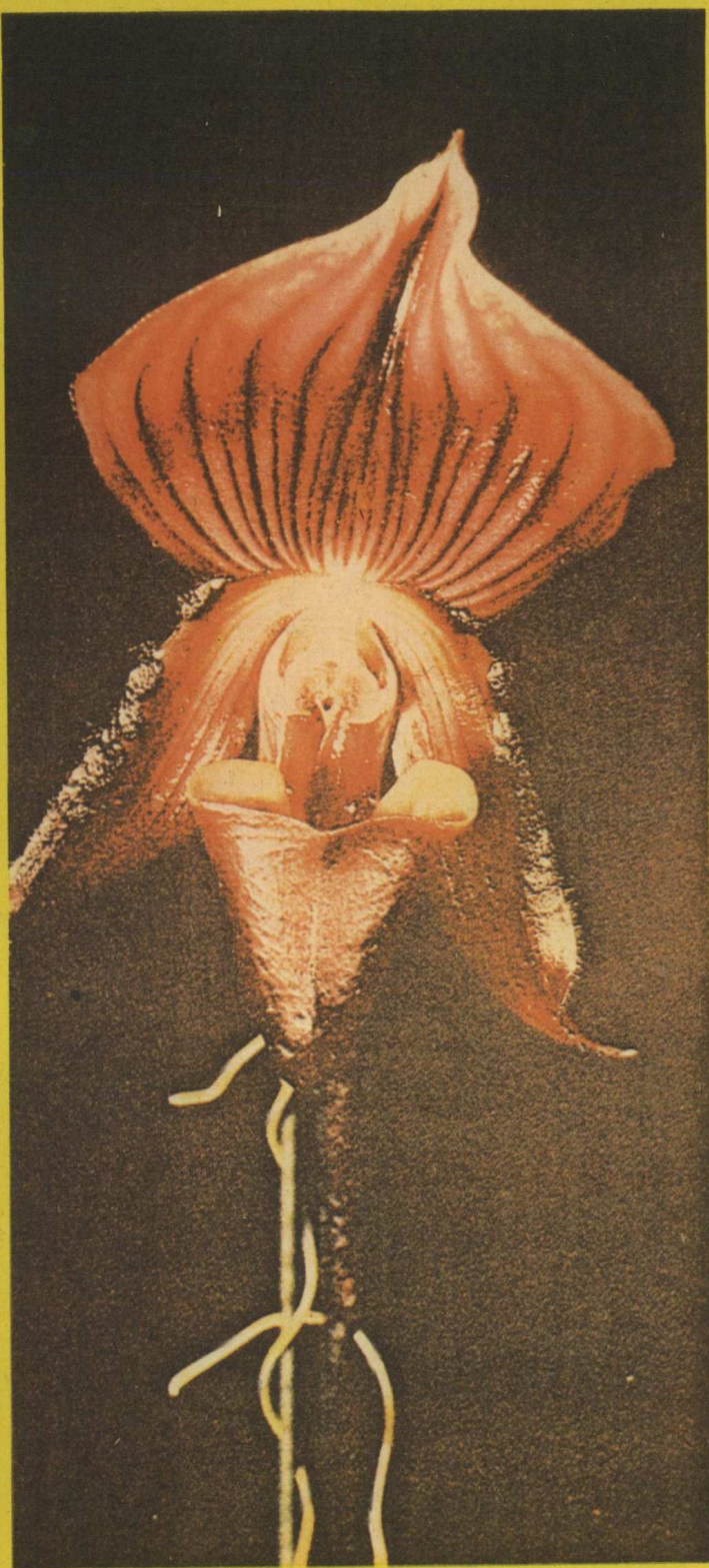
Storczyk *Dendrobium* z Indii



Storczyk *Brassia*

Niektóre storczyki potrafią zmieniać swój zapach, aby w określonym momencie zainteresować nadarzających się „zapyłaczy”.

Kwiat jednego ze storczyków, szczególnie gdy porusza go wiatr, przypomina latającą pszczołę. Płatki kwiatu wyglądają jak błyszczące skrzydła owada.



Jeden z najciemniejszych storczyków — azjatycki „pantofel damy”

Niektóre gatunki storczyków starają się temu zapobiec; produkują płynną truciznę, która paraliżuje ruchy owada. Pszczoła, po zetknięciu się z kwiatem, porusza się wolno, aż w końcu zostaje bezceremonialnie zatopiona w „zbiorniczku z wodą”, utworzonym z płatków kwiatu.

Oryginalny kształt oraz barwa kwiatów storczyków powodują, że rzadkie odmiany osiągają na rynkach światowych bardzo wysokie ceny (dziesięć, a nawet dwadzieścia pięć tysięcy dolarów). Podobnie było dawniej. Te początkowo rzadkie w Europie i przy tym bardzo wrażliwe rośliny nie były bynajmniej tanie. Wiek XIX to szczytowy okres działania łowców storczyków. Ludzie ci, często narażając własne życie, wdzierali się do tropikalnych dżungli, ścinali olbrzymie drzewa po to tylko, by zdjąć z ich najwyższych gałęzi drogocenne rośliny. Łowcy storczyków musieli często dowozić swój cenny ładunek do wybrzeża nieznanymi rzekami. Nierzadko łódź wywracała się i ładunek ginął, albo i sam łowca storczyków tracił życie. Nic więc dziwnego, że w Europie próbowano wyhodować te rośliny z nasion. Jednak próby ciągle kończyły się niepowodzeniami. Dopiero w 1904 roku, 200 lat po odkryciu pierwszych egzotycznych storczyków, francuskiemu botanikowi Noelowi Bernardowi udało się rozwiązać zagadkę kiełkowania storczyków. Bernard wykazał, że tropikalne storczyki kiełkują w stanie dzikim tylko z pomocą pewnego maleńkiego grzyba, który również później, kiedy rośliny wyrosną, żyje w ich korzeniach.

Maleńkie nasionko storczyka dysponuje tak niewielką ilością własnych zasobów pokarmowych, że niejako potrzebuje do kiełkowania mamki. Pomaga mu w tym grzyb, który dostarcza substancji odżywczych. Storczyk, ze swej strony, dostarcza grzybowi cukru, którego ten sam wytworzyć nie potrafi. Wspólnie mogą się lepiej przystosować do swoich warunków bytowania na gałęziach drzew w dżungli, często na wysokości 50 metrów nad ziemią.

Samce pszczół, które bronią swego terytorium atakują rzekomych rywali, a w rezultacie uderzają w kwiaty. Do pokrytego włoskami ciała samca przyczepia się pyłek kwiatowy, który przy ponownym ataku przenoszony jest na inny kwiat. Jednak najczęściej zapylaniem zajmują się samice, które w trakcie zapylania często uszkodzają kwiaty storczyków.

Elżbieta KŁOSZEWSKA

Trójkąt z brzuchem

Trójkąt równoboczny ma nie tylko równej długości boki, ale też równe kąty o wielkości 60° każdy. Gdybyśmy wygięli jeden z boków zachowując jego długość, kąt leżący naprzeciw wyginanego boku musiałby ulec zmniejszeniu. Przypuśćmy, że wygięliśmy ów bok na kształt łuku okręgu o środku w przeciwnym wierzchołku trójkąta (patrz rysunek 1). Ile stopni ma teraz kąt przy wierzchołku A? Mniej niż 60° , to pewnie! Ale ile dokładnie? Spróbujmy policzyć.

Nasz trójkąt z brzuchem widoczny na drugim rysunku stanowi wycinek koła o promieniu r . Przyjmijmy, że $r=1$ (może to być 1 metr lub 1 cokolwiek).

Obwód takiego koła mierzy zatem $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2 \cdot \pi$, gdzie $\pi = 3,1415926$ (w przybliżeniu). Brzuch trójkąta ma tak jak promień długość 1. Stąd stosunek jego długości do całego obwodu koła wynosi $\frac{1}{2\pi}$ (patrz rysunek 3). Można się domyślić, że taki sam będzie stosunek szukanego kąta do kąta 360° , czyli że

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2\pi}$$

Mnożąc obydwie strony równania przez 360° otrzymujemy

$$\alpha^\circ = \frac{1}{2\pi} \cdot 360^\circ$$

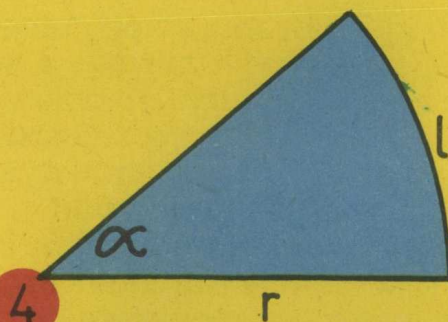
Wystarczy wziąć do ręki kalkulator lub zwyczajnie wykonać dzielenie sposobem pisemnym i oczom naszym ukazuje się wartość tajemniczego kąta: $57,29^\circ$. Tę ilość stopni nazwano radianem, czyli $57,29^\circ = 1$ radian (też w przybliżeniu).

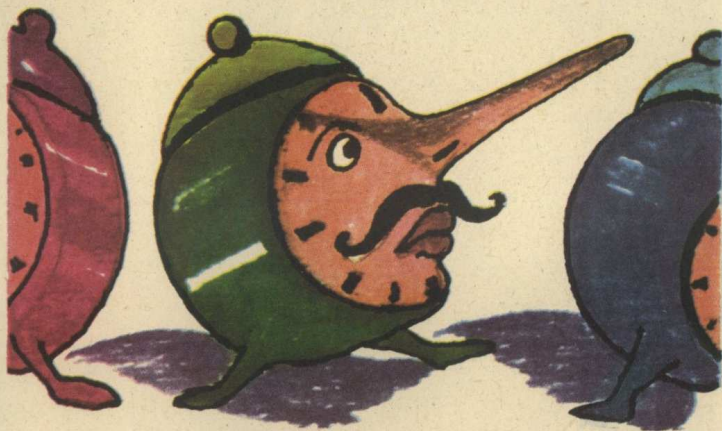
O tej jednostce miary kąta niektórzy z Was już słyszeli. Wielkość kąta przedstawiona w radianach nazywana jest dość często naturalną miarą kąta, bowiem kąt jest w niej wyrażany jako stosunek długości łuku do promienia. Popatrzcie na rysunek 4.

Czy może być coś naturalniejszego? Spróbujcie teraz obliczyć sami, ile radianów mają kąty przedstawione na rysunku 3.

Mirosław GORBACZOW

$$\alpha = \frac{l}{r} \text{ radianów}$$





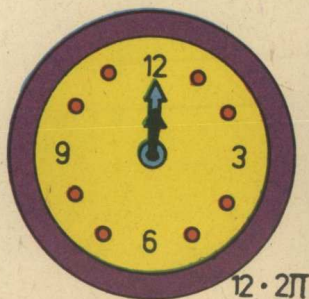
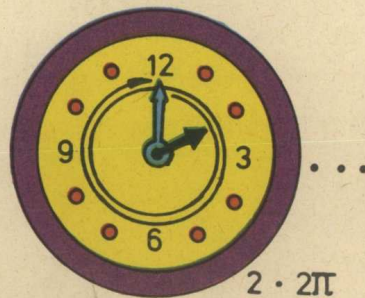
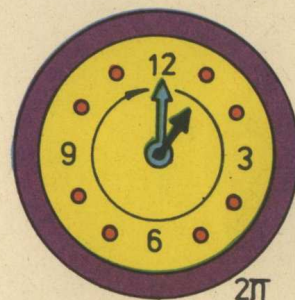
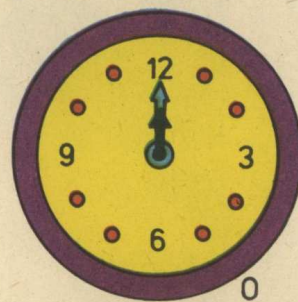
O obrotach

Zacznijmy od komend wojskowych. Zwrot w tył wykonywany jest w kierunku lewej ręki na hasło „W tył zwrot”. Obrót ten oznaczmy literką π . Wykonując dwukrotnie komendę „w lewo zwrot” obrócimy się w tył. Jeśli zwrot w lewo oznaczmy przez $\frac{\pi}{2}$, to zwrot w tył można symbolicznie zapisać tak:

$$\frac{\pi}{2} \oplus \frac{\pi}{2} = \pi \text{ lub tak } 2 \odot \frac{\pi}{2} = \pi$$

Trzykrotne wykonanie komendy „w lewo zwrot” da ten sam rezultat, co wykonanie komendy „w prawo zwrot”. Zatem $3 \odot \frac{\pi}{2}$ oznacza zwrot w prawo. „Baczność”, czyli niewykonanie żadnego zwrotu, to w naszej symbolice znak 0 (dlaczego właśnie zero?). Co w takim razie opisuje równość $\pi \oplus \pi = 0$? Zauważcie, że nie zawsze rozwiązaniem równania $x \oplus x = 0$ musi być 0. W tych rozważaniach jest nim także obrót π ! Nasze symbole pozwalają oznaczać także obroty, których nie obejmują komendy wojskowe, takie na przykład jak: $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{6}$ czy $\frac{7\pi}{4}$. Czy potrafisz je wykonać?

Świat obrotów ma jeszcze inne ciekawe własności. Istnieją sytuacje, w których 2π to nie to samo co 0. Zajmijmy się obracaniem dużej wskazówki zegara. Stwierdzimy wtedy, że obrót 2π spowoduje przesunięcie o godzinę wskazówki małej, więc zaistnieje sytuacja inna niż przy obrocie 0. Prawdziwa będzie jednak wtedy równość $12 \odot 2\pi = 0$.



Dopiero dwunastokrotny obrót dużej wskazówki wokół tarczy zegara ($12 \odot 2\pi$) daje ten sam rezultat, co niewykonanie żadnego obrotu.

Czy tylko liczba 12 jest rozwiązaniem równania $x \odot 2\pi = 0$ dla obracającej się dużej wskazówki zegara?

Interesujące liczby

O matematyku hinduskim Ramanujanie, jednym z najbardziej znanych specjalistów z teorii liczb, krąży następująca anegdota. Jeden z jego przyjaciół odwiedził go pewnego razu w szpitalu, gdzie Ramanujan leżał chory na zapalenie płuc. Nie wiedząc jak zacząć konwersację, przybyły powiedział: „Hm, przyjechałem tu taksówką”. „A jaki był jej numer boczny” — zapytał Ramanujan. „Żaden szczególny” — odparł przyjaciel — „1729”. „Jak to, żaden szczególny???” — wykrzyknął oburzony Ramanujan. „To przecież najmniejsza liczba naturalna, którą można przedstawić w postaci dwóch sześcianów na dwa różne sposoby”. Istotnie $1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3$. Każda liczba jest na swój sposób interesująca. 38 jest najmniejszą liczbą naturalną o tej własności, że każda liczba parzysta większa od niej jest sumą dwóch nieparzystych liczb złożonych. 145 jest równa sumie silni swoich cyfr, 153 jest równa sumie sześcianów swoich cyfr, a 4150 i 4151 — sumie piątych potęg swoich cyfr.

Liczba

102040816326330612244897959185673469387755 jest bardzo interesująca, bo aby ją pomnożyć przez 5 wystarczy przestawić końcową cyfrę 5 na początek. Niezbyt poważne rozumowanie prowadzi do wniosku, że wszystkie liczby są interesujące. Przypuśćmy bowiem, że są liczby nieinteresujące. Rozpatrzmy je wszystkie, czyli utwórzmy zbiór złożony z nich. Weźmy najmniejszą z nich; niech to będzie N. A więc N — 1, N — 2, N — 3, ... są już interesujące. To zaś znaczy, że liczba N ma bardzo ciekawą własność: wszystkie liczby od niej mniejsze są interesujące, a ona nie. To bardzo interesujące. Zatem liczba N jest interesująca, nawet bardzo. Założyliśmy zaś, że jest przeciwnie — czyli, że nasze założenie jest nie do przyjęcia. Wszystkie liczby są interesujące.

Edward STACHOWSKI, Michał SZUREK

Edward PIOTROWSKI

Nasze storczyki

W Polsce rośnie około 20 gatunków storczyków. Najczęściej można je spotkać w lasach liściastych lub na wilgotnych łąkach. W odróżnieniu od storczyków tropikalnych nasze storczyki rosną na ziemi. Niektóre z nich mają właściwości lecznicze, na przykład storczyk krwisty, storczyk plamisty, storczyk szerokolistny, storczyk kukawka.

Substancje biologicznie czynne, dzięki którym storczyki mają właściwości lecznicze, występują w podziemnych łodygach tych roślin, zwanych bulwkami.

Bulwka storczyka często nazywana jest salepem. Słowo to pochodzi od arabskiej nazwy korzenia — sałab. Proszek, który produkuje się z salepów, wykorzystywany jest do przyrządzania odwarów przeciwko biegunce u dzieci i przeziębieniu. Wszystkie storczyki, które rosną w naszym kraju, objęte są ochroną gatunkową.



... i jego kwiaty z bliska

Elżbieta KŁOSZEWSKA **Storczyk listera jajowata**



Storczyk plamisty



Kwiaty kruszczyka błotnego



Podkolan biały

Do czego służą zbiory rozmyte?

Mówiąc ogólnie, pojęcie to służy do ścisłego opisywania zjawisk i pojęć niejednoznacznych, nieostrych. Oto jeden z przykładów jego zastosowania. Ze względu na kolor skóry przyjęty jest podział ludzi na trzy główne rasy: białą (europejczy), żółtą (mongoloidzi) i czarną (negroidzi). Oznaczmy literą B zbiór ludzi rasy białej, literą Z — żółtej, a literą C — czarnej. Powiemy wówczas, że w zbiorowości wszystkich ludzi wyróżniliśmy zbiory B, Z i C. Podział ten nie wyczerpał jednak wszystkich możliwych przypadków. Spotykamy bowiem ludzi będących mieszancami, na przykład Mulatów lub Metysów. Jeśli przyjrzymy się uważnie mieszancam, to zauważymy, że nasilenie przemieszania cech rasowych nie jest u poszczególnych osobników jednakowe. U jednych bardziej widoczne są cechy rasy czarnej (kręcone, wełniste włosy, płaski, szeroki nos lub intensywnie brunatna skóra), u drugich natomiast mogą występować cechy przesunięte w kierunku rasy białej (jasna skóra, niebieskie oczy, wąski nos, blond włosy). Są więc Mulaci przypominający bardziej ludzi rasy czarnej, a są i tacy, którzy robią wrażenie odwrotne. Jednakże granica podziału Mulatów na bardziej „białych” czy bardziej „czarnych” jest trudna do przeprowadzenia. Aby uporać się z tym dość trudnym problemem przypomnijmy, że stopień podobieństwa Mulatów do jednej z wymienionych wyżej ras będziemy wyrażać liczbą u , nie mniejszą od zera, ale nie większą od jedynki ($0 \leq u \leq 1$). Im bardziej dany Mulat będzie podobny do człowieka białego, tym większą mu przypiszemy liczbę u . Podobnie, jeśli dany człowiek będzie bardziej przypominał Murzyna, to przyporządkujemy mu liczbę u bliższą liczbie zero. Tak więc mając na przykład czterech Mulatów: M_1, M_2, M_3, M_4 , możemy przyjąć — poprzez pewne kryteria — że odpowiadające im wartości liczby u wynoszą odpowiednio: 0,8; 0,95; 0,25; 0,5. Oznaczać to będzie, że Mulat M_1 jest podobny do człowieka białego w stopniu 0,8 (czyli znacznie podobny), Mulat M_2 w stopniu 0,95 (a więc niemal nie różni się od białego), Mulat M_3 w stopniu 0,25 (podobny bardziej do Murzyna niż do białego). O Mulacie M_4 nie możemy powiedzieć, czy jest bardziej podobny do człowieka białego czy czarnego, gdyż jego stopień przynależności do każdej z ras jest jednakowy. Gdyby któryś z Mulatów miał przyporządkowaną liczbę 1, oznaczałoby to, że jest on właściwie człowiekiem rasy białej. Gdyby miał przyporządkowaną liczbę zero, to musiałby być Murzynem.

Jak opisuje taką sytuację matematyka? Otóż, jeżeli poszczególnym elementom pewnego zbioru A przyporządkujemy jednoznacznie liczby u , takie że $0 \leq u \leq 1$, to znaczy określimy funkcję na zbiorze A o wartościach u , to mówimy, że stworzyliśmy zbiór $\tilde{A}$ zwany **zbiorem rozmytym**, a samą funkcję nazywamy **funkcją przynależności** zbioru A.

W naszym przykładzie ze zbioru Mulatów M_1, M_2, M_3, M_4 stworzyliśmy zbiór rozmyty formalizujący pojęcie podobieństwa Mulata do człowieka rasy białej.

argumenty	M_1	M_2	M_3	M_4
wartości funkcji	0,8	0,95	0,25	0,5

A teraz zadanie dla Was. W zbiorze $Z = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$ poprzez podanie funkcji przynależności f określić pojęcie liczby „małej”. Należy pamiętać o tym, że przypisanie wartości 1 określi, które liczby w tym zbiorze uważacie za małe, a przypisanie wartości 0 będzie oznaczało, że liczby, którym ta wartość została przypisana na pewno małymi nie są. Swoją tabelkę porównajcie z zamieszczoną niżej. Skąd wynikają różnice?

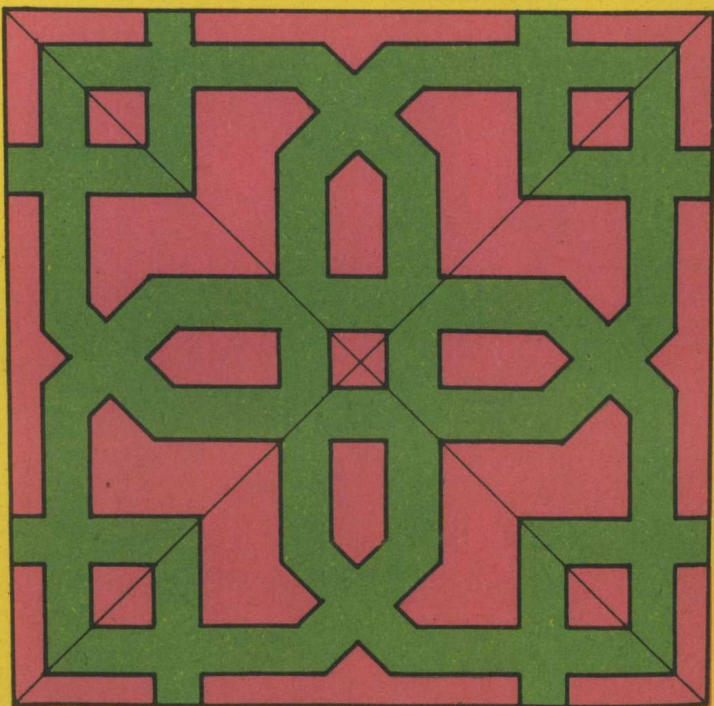
x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f(x)$	1	1	0,8	0,5	0,3	0,1	0	0	0	0

Liczby 10 i 20 są małe w zbiorze Z, natomiast liczby 70, 80, 90, 100 na pewno małymi nie są. Pozostałe liczby ze zbioru Z są małe w pewnym stopniu, w takim, jaka jest wartość funkcji $f(x)$. W ten sposób skonstruowaliśmy zbiór rozmyty $\tilde{Z}$ oznaczający „małą liczbę” w zbiorze nierozmytym Z. Jeśli otrzymaliście nieco inne wartości, to wynikło to z faktu, że ustalanie wartości funkcji f jest dość subiektywne i arbitralne.

A może sami wymyślicie konstrukcję innego zbioru rozmytego. Przyślijcie Wasze propozycje do redakcji. Powinny się one składać z tabelki podobnej do przedstawionych w przykładach oraz z opisu, jakie niejednoznaczne pojęcie opisujecie. Najciekawsze pomysły opublikujemy.

Tadeusz GERSTENKORN, Jacek MAŃKO

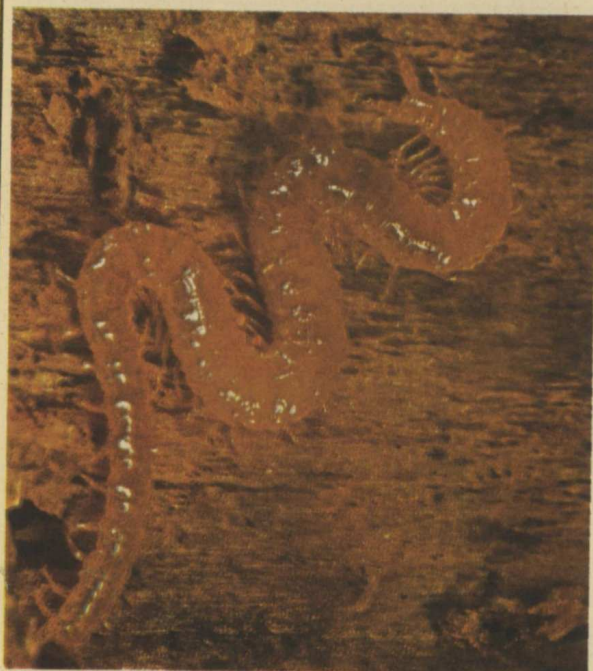
Ornamenty — odpowiedź



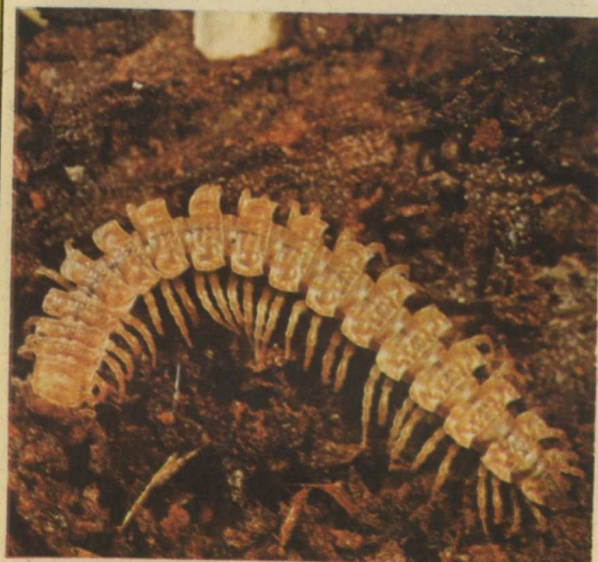
Wije



Julus



Ziemińnik



Węzławiec

Wije to zwierzęta, które prowadzą skryty tryb życia. Możemy je znaleźć w ściółce leśnej, pod korą drzew, w spróchniałym drewnie, a także pod kamieniami, kłódami drewna czy opadłymi liśćmi.

Wystarczy odchylić kawałek kory na spróchniałym pniaku, a zauważymy spleśnione grzbieto-brzusznie szybkie i zwinne **drewniaki**, które natychmiast skryją się przed naszym wzrokiem gdzieś w szczelinach kory lub ściółce. Trzeba by wykazać się szybkim refleksem, żeby móc w porę schwycić sprytnego uciekiniera. Do poruszania się służy mu 15 par odnóży, choć ostatnie wlokące się za nim spełniają też rolę narządu czuciowego. Nasze drewniaki nie są duże i największe osiągają około 3 centymetrów długości. Są drapieżne i polują na wszystkie zwierzęta, na które się natkną i które są odpowiedniej dla nich wielkości. Posługują się przy tym ostrymi szczękonożami zaopatrzonymi w gruczoły jadowe.

W głębszych warstwach ściółki możemy też spotkać blisko spokrewnione z drewniakami **ziemińki** o bardziej wydłużonym, robakowatym ciele z kilkudziesięcioma parami odnóży. Ślepe ziemińki przeciskają swe smukłe ciało przez wąskie korytarze wydrążone najczęściej przez dżdżownic lub inne zwierzęta glebowe i tam polują na swoje ofiary w podobny sposób jak drewniaki.

Drewniaki i ziemińki należą do jednej grupy wijów zwanych **parecznikami**. Ale pod korą czy w próchnie drewna spotkamy też inne wije zwane **krocionogami** lub **dwuparcami**. Nazywają się tak, ponieważ większość segmentów ich ciała zaopatrzona jest w dwie pary odnóży.

Krocionogi, choć bardziej powolne, także będą starały się skryć przed naszym wzrokiem. Krępa *skulica* zwinia się w kulę i stara potoczyć się jak najdalej od miejsca zagrożenia. Obły i walcowaty *julus* także szuka ocalenia w ucieczce posługując się prawie setką par odnóży. Inny krocionóg — *węzławiec* — wyglądający jak szereg połączonych ze sobą płytek, wcale nie będzie uciekał. Pozostanie nieruchomy z ciałem skręconym lekko w bok licząc na to, że zostanie niezauważony. Przecież na pierwszy rzut oka nie odróżnia się niczym od otoczenia — ot, sztywny, brunatny patyczek lub kawałek kory, jakich pełno wokół.

Krocionogi nie są tak zwinne jak drapieżne pareczniki. Są roślinożerne i żywią się najczęściej butwiejącymi szczątkami roślin, czasem grzybami, niektóre zjadają też żywe tkanki roślin. Nie muszą więc gonić za zdobyczą i są z natury niemrawe. Żeby nie stać się zbyt łatwym łupem innych zwierząt, prawie wszystkie mają też inny sposób obrony. Zaniepokojone wydzielają drażniący lub trujący płyn o nieprzyjemnym zapachu, który może skutecznie odstraszyc wroga.

Jolanta WYTWER



Skulica

fot. Andrzej Ślepowroński

Było — i znikło

Jak zachowuje się typowa substancja (na przykład pierwiastek czy prosty związek chemiczny), gdy zmieniać będziemy w dostatecznie szerokim zakresie jej temperaturę? Wszyscy wiemy, że przechodzić ona może kolejne przemiany fazowe polegające na zmianie stanu skupienia. O ile w najniższych temperaturach mamy do czynienia z ciałem stałym, po podgrzaniu otrzymamy z niego ciecz, a następnie gaz.

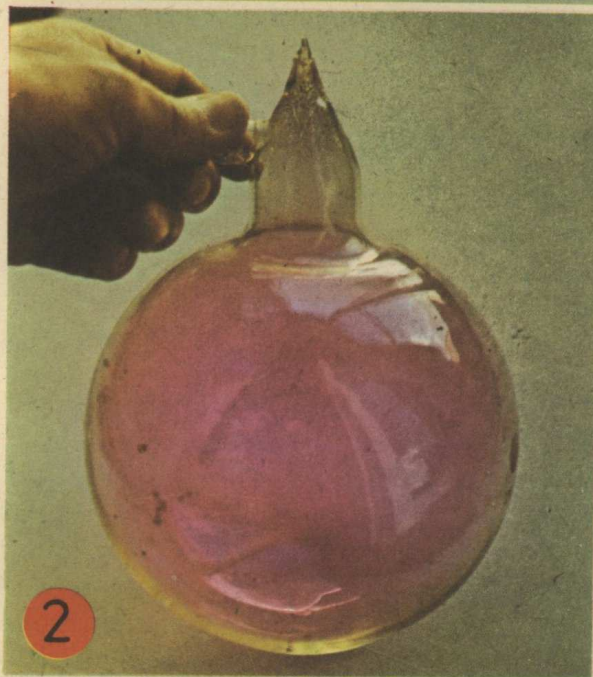
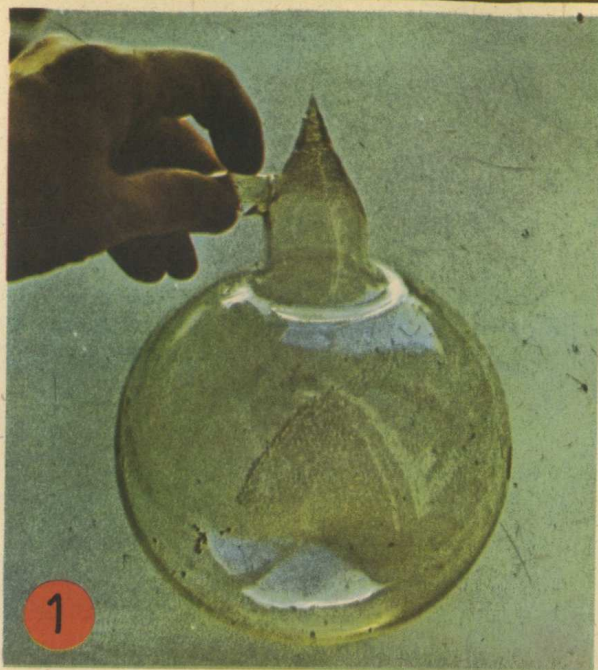
Tak jest zazwyczaj, ale nie zawsze. Istnieją substancje, które w ogóle nie przechodzą jednej ze zmian stanu skupienia i dla których nie istnieje pojęcie topnienia czy krzepnięcia. Najbardziej znanym przykładem takiego ciała jest dwutlenek węgla CO_2 , którego fazę stałą znamy pod nazwą *suchy lód*. Suchy lód nie topi się, tylko przechodzi bezpośrednio w parę i właśnie taki proces nazywamy **sublimacją**. Obserwując kawałek suchego lodu łatwo jest zauważyć, że ta biała bryła stopniowo zmniejsza swoją objętość, aż w końcu znika bez śladu. Gazowego dwutlenku węgla nie można również skroplić, można go jedynie zestalić w procesie odwrotnym do sublimacji, nazywanym **resublimacją**.

Na czym polega sublimacja? Jest to proces całkowicie analogiczny do procesu parowania cieczy. Po prostu niektóre z cząsteczek znajdujących się na powierzchni ciała stałego (dla parowania — na powierzchni cieczy) uzyskać mogą w danej temperaturze wystarczająco dużą energię, aby pokonać siły przyciągania ze strony sąsiednich cząsteczek. W takim przypadku odrywają się one od powierzchni i przechodzą w stan gazowy. Sublimacja zachodzić może w całym zakresie temperatur, w którym istnieje ciało stałe, podobnie jak parowanie zachodzić może w całym zakresie temperatur, w których istnieje ciecz.

Ściśle rzecz biorąc sublimują wszystkie ciała stałe z tym, że dla większości proces ten ze względu na bardzo małą szybkość nie ma praktycznego znaczenia. Stosunkowo łatwo sublimuje naftalen, znany dobrze pod nazwą środka przeciwko molom — naftaliny. Podobne własności ma jod. Tak jak i naftalen ma on swoją dobrze określoną temperaturę topnienia, ale przy powolnym ogrzewaniu kryształy jodu nie zdążą się stopić, gdyż ulegając sublimacji zamieniają się wcześniej całkowicie w parę o charakterystycznej fioletowej barwie.

Proces sublimacji ma również istotne znaczenie nawet dla tak dobrze znanej substancji, jaką jest woda. Właśnie dzięki niemu nawet przy dość silnym mrozie wysychają po pewnym czasie zamrożone kałuże, zmniejsza się też nieco grubość pokrywy śnieżnej czy lodowej.

Każda gospodyni wie, że upraną bieliznę można spokojnie suszyć na mrozie wieszając ją na sznurku czy płocie, tak jak podczas ciepłych dni. Bielizna najpierw sztywnieje, gdyż zawarta w niej woda zamarza i tworzy się lód. Następnie dzięki sublimacji lód wyparowuje i bielizna staje się sucha. Sublimacja śniegu i lodu ma duże znaczenie w regionach kuli ziemskiej, w których panują przez większą część roku (lub przez cały rok) temperatury ujemne. Cząsteczki wody przechodząc do atmosfery zwiększają trochę wilgotność powietrza, a o tym, że zawartość pary wodnej w powietrzu ma istotny wpływ na przebieg zarówno szeregu reakcji chemicznych, jak i procesów życiowych, nie trzeba na pewno nikogo przekonywać.



Balon z jodem: 1) w balonie znajdują się kryształy jodu, 2) balon z parami jodu — kryształy jodu wysublimowały



Wojciech SZUSZKIEWICZ

Naftalen zwany naftaliną

Krecia robota

Kilkadziesiąt centymetrów pod powierzchnią ziemi w naszych lasach, na łąkach i w ogrodach, żyje zwierzę, którego obecność zdradzają niewielkie kopce usypanej ziemi zwane kretówkami, kretowinami lub kretowiskami. Jak się zapewne domyślacie, kopczyki te to dzieło kreta — przedstawiciela ssaków owadożernych.

Kret spędza w ziemi prawie całe życie. Ma też tam swoje mieszkanie. Składa się ono z trzech typów chodników, z których każdy pełni odmienne funkcje. Są więc chodniki mieszkalne przekształcone raczej w komory wymoszczone liśćmi, trawą i mchem. Z nich poprzez chodniki biegowe kret przedostaje się do wykopanych tuż pod powierzchnią ziemi chodników żerowiskowych. W ciągu godziny zwierzę potrafi wykopać od 12 do 15 metrów takich korytarzy. Są one terenem polowań tego podziemnego łowcy.

Jadłospis kreta nie składa się wyłącznie z owadów i ich larw. Zjada on w zasadzie wszystkie napotkane pod ziemią zwierzęta, głównie dżdżownice, wiję, stawonogi i liczne niewielkie kręgowce: żaby, padalce, jaszczurki a nawet węże.

Kret jest zwierzęciem doskonale przystosowanym do podziemnego trybu życia. Jego przednie łapy ustawione na boki ciała służą do kopania korytarzy i poruszania się w nich. Kret zahaczając nimi o ścianki tunelu bardzo szybko posuwa się do przodu. Przednie kończyny kreta spełniają jeszcze jedną ważną funkcję. Zaopatrzone w liczne włoski czuciowe ułatwiają zwierzęciu orientację w ciemnych korytarzach.

Szczególnie czułe na bodźce dotykowe są również: ryjkowaty pyszczek i nos, a także krótki trzycentymetrowy ogon, którym podczas posuwania się do przodu zwierzę dotyka sklepienia chodnika. Kret, mimo że nie posiada małżowin usznych, ma dobry słuch. Za pomocą tego właśnie zmysłu potrafi wykryć w glebie żywą zdobycz z odległości kilku centymetrów. Wyraźnie słabo natomiast działają jego oczy — małe i skryte wśród miękkiej sierści. Pojedyncze włoski sierści sterczą pionowo, wskutek czego, w zależności od kierunku poruszania się zwierzęcia w ciasnym korytarzu, układają się łatwo ku przodowi lub ku tyłowi nie dopuszczając do skóry grudek ziemi.



Kret bardzo rzadko opuszcza swoje podziemne korytarze.



Portret kreta — widoczne są szczątkowe oczy i wydłużony delikatny pyszczek.



Jacek SAKOWICZ Przednia łapa kreta

Rozwiązania zadań

Lodowy światłowod

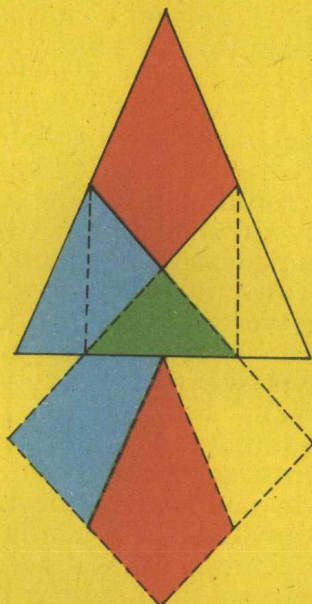


1. Balon taki wzniesie się na wysokość, na której ciężar właściwy powietrza będzie równy ciężarowi właściwemu zespołu: powłoka wraz z zawartym powietrzem. Jeżeli balon będzie szczelnie zamknięty, zatrzyma się na tej wysokości.

Zadanie to przysłał Piotr Orlański uczeń klasy III b Szkoły Podstawowej nr 216 w Warszawie. Redakcja pragnie dodać, że do tej pory tworzywa, o którym jest mowa w zadaniu nie wynaleziono.



1. Tak, spójrzcie na rysunek.



Grubość pokrywy lodowej na Antarktydzie dochodzi do 3 kilometrów. Każdego lata od brzegów lodowej czapy odrywają się olbrzymie kawały lodu i w postaci gór lodowych dryfują po oceanie. Brzeg Antarktydy w tych miejscach jest gładką, pionową ścianą. O zachodzie słońca, gdy jest ono tuż nad horyzontem, jego promienie prostopadle oświetlają ścianę lodowca i wnikają daleko w głąb Antarktydy. Światło to jest widoczne w różnych szczelinach i pęknięciach nawet wiele kilometrów od brzegu, jak to pokazuje zamieszczone zdjęcie.



Szkiełko i Oko

miesięcznik matematyczno-przyrodniczy dla dzieci, wydawany przez Filię Uniwersytetu Warszawskiego w Białymstoku, za pośrednictwem Białostockiego Wydawnictwa Prasowego, przy poparciu Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Rada Redakcyjna:

doc. dr Andrzej Batko
doc. dr Marek Gębczyński
dr Maciej Gutowski
prof. dr Krzysztof Haman
dr Andrzej Jankowski
mgr Maciej Jędrzejczak
doc. dr Tadeusz Krugulski
prof. dr Władysław J. H. Kunicki-Goldfinger — przewodniczący

dr Tomasz Kwast
mgr Andrzej Mąkowski
doc. dr Alina Myrcha
prof. dr Arkadiusz Piekara
dr Krzysztof Plasota
prof. dr Kazimierz Stepień
doc. dr Lesław W. Szczerba
dr Michał Szurek
doc. dr Andrzej Szymacha
dr Andrzej Trybulec

Redaguje Kolegium:

Maciej Horowski — fizyk
Hanna Kalata-Janiak — red. graficzny
Janusz Kupryjanowicz — biolog
Marek Pisarski — matematyk
Ewa Sakowicz — red. tech. graf.
Ewa Sokołowska-Drozdowska — z-ca sekr. red.
Michał Świecki — red. naczelny
Grażyna Walicka — sekretarz red.
Małgorzata Żendzian-Piotrowska — red. techniczny

Nasz adres: ul. Lipowa 41, 15-424 Białystok, tel. 224-91 w. 29

WARUNKI PRENUMERATY:

Cena prenumeraty kwartalnej — 240 zł, półrocznej — 480 zł, rocznej 960 zł

Prenumeratę na kraj przyjmują oddziały kolportażowe RSW „Prasa-Książka-Ruch” oraz urzędy pocztowe i doręczyciele w terminach:

— do 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny.

— do 1 dnia każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.

Instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch” zamawiają prenumeratę w tych oddziałach.

Czytelnicy indywidualni zamieszkali w miastach — siedzibach oddziałów RSW opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora przy użyciu „blankietu wpłaty” na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch”

Na wsi i w miastach, gdzie nie ma oddziałów RSW, prenumeratę od instytucji, zakładów pracy i czytelników indywidualnych przyjmują urzędy pocztowe i listonosze. Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch” Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, 00-958 Warszawa ul. Towarowa 28, konto NBP XV O/M Warszawa nr 1153-201045-139-11. Prenumerata zagraniczna pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zlecających indywidualnych o 100% dla instytucji i zakładów pracy.

Biologiczne komputery

Coraz częściej mówi się o opracowaniach, w których biologia dostarcza budulec do tworzenia nowych systemów technicznych. Szczególnie fascynująca jest przy tym sprawa tak zwanych biochipów, to znaczy układów elektronicznych budowanych w oparciu o substancje pochodzenia biologicznego. Oto w Carnegie-Mellon University w Pittsburgu (USA) prowadzone są badania nad budową układów elektronicznych z białka o nazwie bacteriorhodopsin. Częsteczki bacteriorhodopsyny mają zdolność pochłaniania światła, jednak w zależności od stanu, w jakim się znajdują, mogą pochłaniać kwanty światła o dwu różnych częstotliwościach. Częsteczka ta jest więc elementem cyfrowym zapisywanym i odczytywanym za pomocą lasera.

Białkowa substancja jako budulec dla układów komputerowych nowej generacji wykazuje szereg istotnych zalet. Podstawowa zaleta tkwi w dalszych, nieosiągalnych w ramach konwencjonalnych technologii, możliwościach miniaturyzacji sprzętu elektronicznego wytwarzanego nową metodą. Ponieważ „elementem przełączającym” według rodzącej się technologii biochipów ma być pojedyncza molekula białka, przeto upakowanie elementów w tych nowych strukturach jest niewyobrażalnie małe. Na przykład we wspomnianych już pracach uniwersytetu Carnegie-Mellon jednostka pamięci zajmuje powierzchnię 100 angstromów kwadratowych (patrz margines). W efekcie tak wielkiej miniaturyzacji możliwe się staje zbudowanie pamięci o gęstości upakowania informacji: 100 000 GB/cm². Oznacza to możliwość pomieszczenia w jednym centymetrze kwadratowym biochipu informacji równoważnych stu milionom tomów. Ze wstępnych badań wynika ponadto, że czas potrzebny do pobrania informacji z takiej biologicznej pamięci może być mniejszy niż 10 pikosekund. Można przypomnieć, że w ciągu 10 pikosekund najszybszy znany fizyce nośnik informacji — światło w absolutnej próżni — zdoła przebyć zaledwie 3 milimetry...

Na koniec jeszcze jedna rewelacja. Jak wiadomo krzem stosowany do budowy układów scalonych musi być wytwarzany w skomplikowanym i drogim procesie technologicznym. Natomiast białko bacteriorhodopsin produkuje w dowolnych ilościach bakterie, znalezione w wodach zatoki San Francisco i zmodyfikowane przemysłowymi zabiegami inżynierii genetycznej. Przyszłe układy scalone „rosną” więc właściwie same!

Ryszard TADEUSIEWICZ

100 Å² (100 angstromów kwadratowych) to miara pola powierzchni równa 10⁻¹² mm² (0,000000000001 mm²). Ażebymy uzmysłwić sobie, jak mały jest to obszar, wyobraźmy sobie najpierw kwadrat o boku 1 milimetra, a następnie powiększmy każdy z jego boków milion razy. Otrzymamy wielokąt o boku długości 1 kilometra. Powiększony obszar o polu 100 Å² to teraz kwadrat, którego bok ma długość 1 milimetra.

Czym zajmuje się biocybernetyka?

Biocybernetyka bywa określana jako dziedzina techniki służąca (między innymi) do cybernetycznego modelowania systemów biologicznych. Na pozór brzmi to w sposób bardzo skomplikowany, w istocie jednak pomysł jest bardzo prosty. Jeśli znamy dokładnie działanie jakiegoś systemu, rządzącego nim prawa i zależności, wówczas naszą wiedzę możemy zapisać w postaci równań matematycznych. Równania takie można badać znacznie wygodniej, niż rzeczywisty obiekt, a ponadto do ich analizy bez trudu można zaprzęgać komputery. Tą metodą bada się projekty nowych typów samolotów i pojazdów kosmicznych, a także prognozuje skutki zanieczyszczenia środowiska. Nic nie stoi na przeszkodzie budowie podobnych modeli dla systemów biologicznych.

Model biocybernetyczny bywa wykorzystywany do celów dydaktycznych, może być jednak także przydatny jako źródło inspiracji w technice. Na przykład opracowane modele przetwarzania informacji w systemie wzrokowym lub słuchowym znajdują zastosowanie przy konstruowaniu układów automatycznie rozpoznających mowę lub analizujących obrazy telewizyjne. Spotyka się je między innymi w systemie sterowania robotów przemysłowych.

Inżynierowie zajmujący się modnymi ostatnio badaniami z zakresu tak zwanej sztucznej inteligencji starają się zbudować biocybernetyczny model mózgu człowieka. Jeśli uda im się to, będzie on nieporównanie doskonalszym narzędziem niż współczesne komputery. Dziś jednak potrafimy jedynie konstruować biocybernetyczne modele pojedynczej komórki nerwowej (tak zwanego neuronu) oraz prostych sieci złożonych z kilku lub kilkunastu sztucznych neuronów.

Tymczasem w naszym mózgu współpracuje ze sobą kilkanaście miliardów komórek. Funkcjonalna złożoność mózgu porównywalna jest pod pewnymi względami ze złożonością Kosmosu. Nieprędko zatem zbudujemy cybernetyczny model mózgu. Może to zresztą i dobrze?

Ryszard TADEUSIEWICZ

